ISSN-L: 0798-1015 • eISSN: 2739-0071 (En línea)

REVISTA ESPACIOS

Vol. 46 (01) 2025 • Ene-Feb • Art 15

Recibido/Received: 18/01/2024 • **Aprobado**/Approved: 27/01/2025 • **Publicado**/Published: 31/01/2025

DOI: 10.48082/espacios-a25v46n01p15

Evaluación del pensamiento probabilístico en futuros profesores de matemática en Educación Secundaria

Assessment of probabilistic thinking in future mathematics teachers in Secondary Education

REYES-ASTORGA, Miguel[1]
DÍAZ-LEVICOY, Danilo[2]
RODRÍGUEZ-ALVEAL, Francisco[3]

Resumen
El objetivo de este estudio es evaluar la interpretación de tareas relacionadas con el pensamiento probabilístico de futuros profesores de matemática de educación secundaria. Se sigue una metodología cualitativa y de nivel descriptivo. La muestra estuvo compuesta por 26 futuros profesores de matemática, quienes respondieron a un cuestionario formada por preguntas extraídas de investigaciones previas. Los resultados evidencian mayor dificultad a la hora de interpretar la probabilidad porcentual, así como en representarla a través de la probabilidad frecuencial y laplaciana.
Palabras clave: pensamiento probabilístico, futuros profesores, probabilidad, interpretación probabilística

Abstract
The objective of this study is to evaluate the interpretation of tasks related to probabilistic thinking of future teachers of Mathematics in Secondary Education. A qualitative and descriptive-level methodology was employed. The sample consisted of 26 future mathematics teachers who responded to a questionnaire composed of questions drawn from previous research. The study reveals an incomplete and inexperienced probabilistic thinking on the part of future Secondary Mathematics teachers, who tend to give greater relevance in their answers to non-probabilistic factors.
Key words: probabilistic thinking, future teachers, probability, probabilistic interpretation

1. Introducción

1.1. Contexto de la situación problema

La probabilidad es una disciplina asociada a resultados no determinísticos, debido a que su implementación varía en función del contexto (Batanero, 2019; Estrella *et al*., 2015). Por ello, las personas suelen desarrollar creencias

[1] Licenciado en Educación. Escuela de Pedagogía en Matemática y Computación, Universidad Católica del Maule, Chile. miguel.reyes@alu.ucm.cl
[2] Académico. Centro de Investigación en Educación Matemática y Estadística, Universidad Católica del Maule, Chile. ddiazl@ucm.cl
[3] Académico. Facultad de Educación y Humanidades, Universidad del Bío-Bío, Chile. frodriguez@ubiobio.cl

a partir de su experiencia, lo que lleva a considerar esta materia de forma estrictamente subjetiva (Deleuze, 2023; Gómez-Torres *et al*., 2015). Sin embargo, pese al uso coloquial que se le da al concepto de probabilidad en el diario vivir, es un modelo matemático que representa objetivamente las imprecisiones de los contextos reales, como en los fundamentos de la física contemporánea (Franklin *et al*., 2007; Giribet, 2005; Huerta, 2020), sirviendo de clave para comprender el comportamiento de la realidad (Rodríguez-Alveal *et al*., 2022), así como cuantificar y predecir resultados de interés científico, médico, social, económico, político y educativo (Izurieta-Recalde *et al*., 2022; Rodríguez-Alveal *et al*., 2022), dándole un valor a la interpretación y predicción de eventos futuros para los ciudadanos (Hacking, 1995).

Actualmente, la presencia de la incertidumbre es una constante que influye en la percepción de la realidad de los individuos a través de anuncios o mensajes sensacionalistas (Boada y Alzate, 2020; Garfield *et al*., 2008), así como en la divulgación de información de la salud (Larrondo-Ureta *et al*., 2021; García-Marín y Merino-Ortego, 2022), por lo que el conocimiento sobre la probabilidad es un factor fundamental para la toma de decisiones (Batanero, 2016). Este conocimiento permitiría a los ciudadanos analizar críticamente la información que reciben diariamente (Betancourth-Zambrano *et al*., 2017) para desechar premisas o conjeturas externas (Boada y Alzate, 2020), y actuando con cautela y objetividad (Rodríguez-Alveal *et al*., 2018).

Con base a lo anterior, la alfabetización en probabilidad, definida por Gal (2005), es un interés para la formación de ciudadanos capaces de desenvolverse en la sociedad (Batanero, 2016), pues les permite adoptar nuevos significados para el contenido a medida que profundizan e institucionalizan los conceptos del mismo, yendo desde una mirada intuitiva, que contempla un lenguaje inexperto y comprensión primitiva de los grandes saberes de la probabilidad, hasta la asimilación de un modelo matemático que permite interpretar la realidad, en el cual participan otros modelos, como la geometría o el álgebra (Batanero, 2005; Gal, 2005).

En este contexto, a nivel de sistema escolar, el profesor de Matemática debe trabajar los conocimientos curriculares, así como acompañar y guiar al estudiantado durante su proceso educativo para que comprenda y adopte otros significados de la probabilidad además del intuitivo o frecuencial (Batanero, 2005). Para ello, juega un rol fundamental comprender las dificultades y sesgos que obstaculicen la interpretación de contextos probabilísticos, como el sesgo de equiprobabilidad (Huerta, 2020) o como la percepción ambigua de objetos y conceptos probabilísticos, ocasionada por un lenguaje coloquial de conceptos probabilísticos (Rodríguez-Alveal *et al*., 2024). Además, el profesorado debe diseñar métodos de adaptación del contenido formal a un acercamiento compatible con la experiencia de sus estudiantes (Alvarado *et al.,* 2018), abordando los obstáculos y las confusiones que puedan presentar los programas de estudio (Vergara-Gómez, 2024), conjugando los saberes disciplinares y pedagógicos de su contexto (Alsina, 2012).

Al respecto, los saberes disciplinares del profesor, definidos como estándares en el Marco para la Buena Enseñanza (Ministerio de Educación [MINEDUC], 2021), mencionan, entre otros aspectos, que los profesores chilenos deben utilizar teorías de la Didáctica de la Matemática para analizar el progreso cognitivo de los estudiantes, diseñar secuencias de aprendizaje para las diferentes partes de dicho progreso y aportarle flexibilidad en su enseñanza según el conocimiento del estudiante. Asimismo, el Marco para la Buena Enseñanza enfatiza que el profesorado debe tener un dominio profundo sobre el contenido disciplinar y pedagógico. De lo cual se desprende que el profesorado de Matemática, en el eje de Datos y Azar, debe haber adquirido durante su proceso formativo un pensamiento probabilístico, un grado de comprensión de la probabilidad que desarrolla la metacognición sobre el contenido, como la describe Pérez y González-Galli (2020), ayudando a su versatilidad a la hora de representar muestras, probabilidades y ser crítico con la teoría de las simulaciones y estrategias, favoreciendo la formación de estudiantes alfabetizados probabilísticamente.

1.2. Redacción del problema de estudio

En Chile, hay una preocupación constante por la calidad de la educación debido a las falencias en el dominio del contenido que presentan los profesores en activo (Ruz, 2021), lo que genera una deuda intelectual con el país al no cumplir satisfactoriamente con la formación en la que el gobierno invierte los impuestos que deben pagar los ciudadanos, y el sistema educativo, debido que las lagunas en su conocimiento afectan la calidad de su enseñanza (Gaona *et al*., 2024).

Esto queda reflejado en los bajos resultados de la Evaluación Nacional Diagnóstica de la Formación Inicial Docente (END-FID). En particular, en el eje de Datos y Azar de la Prueba de Conocimientos Didácticos Disciplinares, donde desde el año 2017 hasta 2022, se muestra un desempeño insuficiente de los futuros profesores de matemática, donde más del 70%, obtienen un porcentaje de aprobación menor al 60% (Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas [CPEIP], 2023; Gaona *et al*., 2024).

Estos hallazgos estarían entregando evidencias, que los futuros profesores no cumplen los estándares disciplinares que establece el currículum nacional (Gaona *et al*., 2024) y que el dominio especializado de la probabilidad permanece como un desafío para el profesorado de secundaria (Rodríguez-Alveal y Díaz-Levicoy, 2021).

Además, desde la literatura especializada se reportan diversas investigaciones sobre el pensamiento probabilístico de los profesores de secundaria de matemática, como el estudio de Rodríguez-Alveal *et al*., (2018), quienes evaluaron el desempeño de profesores en activo y formación, concluyendo que, si bien los primeros identifican fácilmente la aleatoriedad de una secuencia, los segundos tienen un mayor manejo en el cálculo de las probabilidades en enunciados textuales. Una explicación plausible al respecto, según los autores, es el constante trabajo de cálculo al que se enfrenta el estudiante universitario en sus evaluaciones, lo cual también justificaría que ambos desarrollen argumentos poco aceptables, debido que se enfocan en la mecanización por sobre el objeto probabilístico. Esto puede deberse a la falta de tiempo en la formación y trabajo pedagógico, obstaculizando el estudio profundo de los conceptos del contenido (Alpízar-Varga y Alfaro-Arce, 2020).

Asimismo, Rodríguez-Alveal *et al*., (2022) estudiaron el dominio de los profesores en activo y en formación sobre los significados de la probabilidad, descritos por Batanero (2005), concluyendo con una preferencia por el significado clásico. Por un lado, coincidiendo con el trabajo de Rodríguez-Alveal *et al*., (2018), los profesores en activo suelen detectar más la aleatoriedad en secuencias numéricas y utilizando reglas operacionales de la probabilidad. Además, se evidencia un desarrollo algorítmico de los profesores en formación en su argumentación, junto a una transición insatisfactoria de los significados de la probabilidad que presentan ambos tipos de profesores. Por último, Rodríguez-Alveal *et al*., (2022) afirman que esto es una consecuencia del exceso de trabajo con problemas rutinarios, siendo incapaces de descomponer lógicamente los enunciados y conectar los diferentes conceptos probabilísticos desde un significado distinto al intuitivo, coincidiendo con lo mencionado por Huerta *et al*., (2016).

Por otro lado, Rodríguez-Alveal y Koparan (2023) reportaron dificultades de los profesores en formación para explicar el comportamiento de fenómenos estocásticos y justificarlos teóricamente. Tales resultados presentan una falta del manejo de las grandes ideas de la alfabetización probabilística que define Gal (2005), desarrollando un trabajo mecánico, dada la dificultad que les conlleva tratar los objetos matemáticos a nivel conceptual. Una explicación admisible a esta mecanización se encuentra en la falta de seguridad en el dominio del contenido de probabilidad que declararon los estudiantes para profesores, afectando así, además, a su confianza para enseñarlo. Estos profesores, complementando a lo hallado por Rodríguez-Alveal *et al*., (2018), atribuyen el obstáculo a su falta de tiempo, a los pocos recursos y débil enseñanza que ofrecían las instituciones formadoras que pudieron haber germinado una ansiedad latente relacionada directamente al contenido de probabilidad (Alpízar-Vargas y Alfaro-Arce, 2020; Aparicio y Bazán, 2006; Huerta, 2020).

La falta de seguridad mencionada anteriormente sobre el contenido da indicios de ser un mecanismo recursivo, pues obstaculiza sus intenciones de profundizar sus estudios probabilísticos, sin mencionar la aversión que les genera el contenido, llevándolos a evitarlo en su día a día y, así, desarrollar una visión coloquial de este conocimiento (Batanero, 2016; Alpízar-Vargas *et al*., 2015).

En síntesis, los trabajos expuestos presentan, reiteradamente, la preferencia de los profesores por los problemas rutinarios y el trabajo algorítmico de la probabilidad. Este patrón se desarrolla, en parte, por la falta de simulaciones con *software*, que provocaría un obstáculo a la hora de comprender conceptos complejos (García-García *et al*., 2020; Molina-Linares, 2024), como la Ley de los Grandes Números, pues no suelen justificar sus desarrollos a través de la teoría y existen dificultades para establecer formalmente los objetos matemáticos que utilizan (Rodríguez-Alveal y Koparan, 2023), mostrando que no realizan un estudio profesional de la probabilidad. Esto genera que los profesores perciban los elementos del contenido como información verídica sin necesidad de demostración (Huerta, 2020). Esto obstaculiza la comprensión del contenido y frena el pensamiento probabilístico de los profesores, sembrando posibles sesgos futuros (Alpízar-Vargas y Alfaro-Arce, 2020; Huerta, 2020; Rodríguez Alveal y Koparan, 2023).

En coherencia a lo mencionado anteriormente, las evidencias entregan antecedentes sobre que el profesorado en formación y en activo ha adquirido un pensamiento probabilístico insatisfactorio, pues presentan sesgos y vacíos de conocimiento sobre el concepto de probabilidad que, una vez egresados, persiste debido a su aversión hacia el contenido (Alpízar-Vargas y Alfaro-Arce, 2020; Aparicio y Bazán, 2006; Gaona *et al.,* 2024), impidiendo que el profesorado profundice en el contenido, como lo exige el Marco para la buena enseñanza (MINEDUC, 2021). En consecuencia, es necesario estudiar el pensamiento probabilístico de los profesores en formación de pedagogía de Matemática de Enseñanza Secundaria para identificar las dificultades disciplinares que afectan su rendimiento y actitud frente a la probabilidad, para aportar a futuras mejoras o propuestas en la formación de profesionales que sean capaces de otorgarle a la probabilidad la relevancia educativa que requiere (MINEDUC, 2021; Vásquez *et al*., 2020).

1.3. Objetivos

Objetivo general: Evaluar la interpretación de tareas relacionadas con el pensamiento probabilístico de futuros profesores de Matemática de Educación Secundaria.

Para ello, se han establecido los siguientes objetivos específicos:

Objetivo específico 1: Describir la interpretación que realizan los futuros profesores de Matemática de Educación Secundaria en tareas relacionadas con el pensamiento probabilístico.

Objetivo específico 2: Analizar las dificultades de futuros profesores de Matemática de Educación Secundaria al interpretar tareas relacionadas con el pensamiento probabilístico.

2. Pensamiento probabilístico

El pensamiento probabilístico aúna a la alfabetización –conocimientos básicos– y al razonamiento –interrelación entre conceptos e ideas– (Garfield y Ben-Zvi, 2007), por lo que un pensador probabilístico domina la teoría de la probabilidad y es capaz de explicarla en situaciones contextualizadas. Estos conocimientos y/o habilidades son abarcados y extendidos en los tres aspectos descritos por Wild y Pfannkuch (1999), caracterizándolos como elementos metacognitivos que permiten al ciudadano analizar y realizar juicios profesionales sobre la probabilidad.

El primer aspecto es el dominio sobre el pensamiento estratégico que, si bien la literatura lo reporta como un conjunto complejo de habilidades en sí mismo (González-Mendoza *et al*., 2022), para Wild y Pfannkuch (1999) significa planificar nuestras acciones hacia futuro para cumplir un objetivo, lo cual permite al individuo delimitar la respuesta de un problema a través de la gestión administrativa para encontrar la resolución más adecuada al contexto, estableciendo las limitaciones, supuestos y cuestionamientos sobre la situación que permitan simplificar y adaptar la construcción de la respuesta a los obstáculos que plantee su descripción (Arnanteerakul y Asanok, 2024). Wild y Pfannkuch (1999) destacan la importancia del escepticismo y la imaginación del profesional para identificar, descomponer, cuestionar y discriminar los conocimientos disciplinares o contextuales que deben tenerse en cuenta antes de diseñar una estrategia, evitando, según lo mencionado por Huerta (2020) y Rodríguez-Alveal (2022), el estancamiento en la costumbre que generan los problemas rutinarios. Este proceso, que prepara para la matematización de un problema a través de la administración de factores que condicionan la situación y el diseño de sus estrategias, está relacionado con la metacognición del individuo, un concepto que el profesor de matemática debe dominar para fomentar el desarrollo cognitivo de sus estudiantes (Carranza *et al*., 2021).

El segundo aspecto es la modelación, lo que está en concordancia con lo explicitado por MINEDUC (2015), habilidad que el profesorado de matemática debe desarrollar en sus estudiantes. La interpretación de Wild y Pfannkuch (1999) de la modelación, se entiende como el diseño de estrategias que funcionan para describir, interpretar y predecir situaciones reales. Esta modelación permite resolver problemas de la realidad a través de la matemática, pudiendo, con la misma o similar estrategia, prever problemas nuevos (Berry y Houston, 1995). Para la construcción de un modelo que dé respuesta a una situación y prediga problemas futuros, según los autores Wild y Pfannkuch (1999), es imperativo y prioritario el dominio de los conceptos fundamentales de la probabilidad, como la aleatoriedad o variación, así como un manejo experto en el cálculo de probabilidades. Así, se evita que la abstracción que requiere la matematización del modelaje provoque confusiones en la interpretación de situaciones probabilísticas y sesgos en la apreciación de las posibilidades de un evento (Huerta, 2020; Moreno y Cardeñoso, 2015). Dicho conocimiento del individuo sobre la teoría de la probabilidad y su capacidad de análisis contextual, implica que la toma decisiones en situaciones probabilísticas es una característica primordial del pensamiento probabilístico.

Y, en tercer lugar, la aplicación de técnicas se basa en la adaptación de un problema desconocido a uno ya solucionado para, una vez aplicado el modelo de respuesta conocido, regresar al contexto original. Este aspecto requiere una descomposición elemental de las situaciones y sus resoluciones para descubrir patrones, comparar estructuras y simular características de un problema en otro contexto. Por tanto, es necesario dominar la semántica de los elementos probabilísticos para que no se presenten dificultades a la hora de discriminarlos y representarlos (Rodríguez-Alveal *et al*., 2024).

Estos aspectos esquematizan la manera de pensar de un experto en estadística y probabilidad (Garfield y Ben-Zvi, 2007) para utilizar críticamente los métodos de resolución, análisis de situaciones probabilísticas, identificando limitaciones, discriminar estrategias, adaptarlas o diseñarlas (Rodríguez-Alveal y Maldonado-Fuentes, 2023; Wild y Pfannkuch, 1999). A modo de resumen, se presentan a continuación los aspectos mencionados junto a su descriptor considerado para el presente estudio.

Tabla 1
Aspectos generales del pensamiento probabilístico.

Aspecto	Descriptor
Pensamiento estratégico	Establece limitaciones, condiciones y supuestos para la respuesta.
Modelación	Utiliza un modelo matemático que represente la situación e interpreta los resultados en el contexto del problema.
Aplicación de estrategias	Descompone el problema y lo adapta para ser compatible con un modelo de resolución.

Fuente: Adaptado de Wild y Pfannkuch (1999).

Por lo anterior, el pensamiento probabilístico requiere una comprensión profunda de la probabilidad (Rodríguez-Alveal, 2022) que, por ejemplo, permita calcular probabilidades a través de adaptaciones de estrategias según el contexto (Rodríguez-Alveal, y Koparan, 2023).

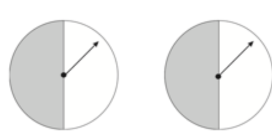
En síntesis, el pensamiento probabilístico facilita una interacción con la probabilidad a través de un significado axiomático (Vergara-Gómez *et al*., 2020), demostrando un conocimiento estadístico profesional a través de la habilidad de representar de varias formas los elementos o situaciones, explicar la teoría del contenido con coherencia, adaptar estrategias o simulaciones, así como traspasar el contenido a la realidad (Rodríguez-Alveal, 2022; Rodríguez-Alveal y Koparan, 2023).

3. Metodología

La presente investigación considera una metodología de tipo cualitativa y un nivel de estudio descriptivo (Espinoza-Freire, 2020). Para efectos del estudio se consideró una muestra intencionada compuesta por 26 futuros profesores de Matemática y Computación en una universidad de la zona central de Chile, los que habían cursado y aprobado las asignaturas de Análisis de datos y Modelos probabilísticos de su itinerario formativo. Su participación fue de carácter voluntaria, manifestada a través de la firma un consentimiento informado, resguardando la anonimidad de los datos recogidos.

Para dar respuesta a los objetivos de esta investigación, se adaptaron tareas extraídas de la literatura, relacionadas con la comprensión probabilística de profesores de Educación Secundaria. En la Tabla 1, se presentan las tareas empleadas en el instrumento y los aspectos del pensamiento probabilístico que corresponden a cada una de las actividades.

Tabla 2
Conocimientos probabilísticos asociados
a los ítems del instrumento aplicado.

Ítem	Autor	Tarea	Aspectos del pensamiento probabilístico
1	Garfield *et al.*, (2008)	El siguiente mensaje está impreso en una caja de una crema facial: ADVERTENCIA Solamente un 15% de las personas que han utilizado este producto han desarrollado erupciones cutáneas faciales. Si se desarrolla una erupción, consulte a su médico. ¿Cómo interpretarías la advertencia? Justifica tu respuesta.	Pensamiento estratégico
2	Inzunsa-Cazares y Guzmán-Reyes (2011)	Un juego de feria consta de dos ruletas como las que se muestran en la figura. El jugador gana un premio sólo si ambas flechas caen en el área sombreada cuando se hace girar una vez cada flecha. 	Modelación, Aplicación de estrategias

Ítem	Autor	Tarea	Aspectos del pensamiento probabilístico
		¿Consideras que el juego anterior es justo? Justifica tu respuesta.	
3	Inzunsa-Cazares y Guzmán-Reyes (2011)	Un jugador de béisbol tiene un promedio de bateo en una temporada de 0,3. Se desea hacer una simulación de la situación anterior con canicas rojas y azules colocadas en una urna, de tal modo que una canica azul representa “pegar un hit” y canica roja representa “no pegar un hit” ¿Qué combinaciones de canicas en una urna representan la situación?, ¿existe alguna condición acerca del muestreo? Justifica tu respuesta.	Pensamiento estratégico, Modelación, Aplicación de estrategias

Fuente: Elaboración propia

Para el trabajo se realizó un análisis de contenido de relatos (Barthes *et al*., 1982), por lo que se establecieron categorías para organizar las respuestas en descripciones compartidas. Las respuestas se codificaron utilizando la sigla PFMNro, donde PFM significa profesor en formación de Matemática y Nro indica el número dentro de la matriz de datos. Luego, las respuestas recogidas fueron analizadas bajo un enfoque sistemático (Ruiz-Bueno, 2021) y clasificadas como correctas, parcialmente correctas e incorrectas, según lo establecido por Inzunsa-Cazares y Guzmán-Reyes (2011).

4. Resultados

4.1. Análisis de respuestas del ítem 1

En las respuestas de los futuros profesores de matemática al ítem 1, se han identificado correctas, parcialmente correctas e incorrectas. En el primer caso, una interpretación correcta de la probabilidad frecuencial en contexto implica reconocer que 3 de cada 20 personas –o cualquier aumento proporcional de esa probabilidad– experimentan irritación en la piel al aplicarse el medicamento. Un ejemplo de lo anterior, es la respuesta PFM9, donde se aprecia una comprensión de la Ley de los grandes números, pues distingue la diferencia entre la probabilidad teórica de un evento y su frecuencia práctica. Esta respuesta evidencia el dominio de la teoría probabilística a la hora de establecer las restricciones y supuestos apropiados, presentando atisbos de un pensamiento estratégico.

> Tomaría la advertencia como que cada 100 veces que utilice el producto, 15 veces aproximadamente puede que me dé una erupción cutánea. Pero esta es una posibilidad porque puede que lo ocupe 1000 veces y no pase nada (PFM9).

Respecto de las respuestas categorizadas como parcialmente correctas se relacionan con:

1. Reconocer la magnitud de la probabilidad para tomar decisiones con respecto al uso del medicamento, como hace PFM15. Esta respuesta, al reconocer exclusivamente la existencia de una posibilidad minoritaria, no entrega información nueva que demuestre una reflexión a raíz del contexto. Por la misma razón, no se presenta ninguna característica del pensamiento estratégico, pues no se extraen limitaciones o características del enunciado porcentual para dar respuesta al problema.

> Que existe la posibilidad de que, si se usa el producto, pueda ser parte de la minoría que desarrolle una erupción (PFM15).

Además, la interpretación de la probabilidad en esta categoría es coloquial, pues se caracteriza por el uso de calificadores como poco probable o altamente probable. En esta categoría se encuentran interpretaciones diversas y contradictorias del riesgo, como se ve en la respuesta de PFM19, donde existe un uso del contexto, pero se evidencia contradicciones en su argumentación. Esto revela que no domina el significado de los términos con los que está trabajando, por lo que no justifica su aseveración sobre la magnitud del riesgo. La falta de argumentación provoca que no se pueda observar un proceso estratégico del participante, dado que no fundamenta su cambio de opinión.

> Si bien es un porcentaje relativamente bajo, teniendo en cuenta el contexto y de qué se trata, lo consideraría un porcentaje un poco alto de erupciones cutáneas faciales (PFM19).

2. Reescribir el enunciado sin aportar información nueva o se responde con una representación porcentual. Un ejemplo de esta categoría es la respuesta de PFM2, quien realiza una lectura errónea del enunciado, al considerar el 85% como la probabilidad de eficacia del producto, en lugar de su posibilidad de provocar efectos secundarios. Además, el participante solo hace una lectura porcentual, respondiendo con el complemento de la posibilidad mencionada, por lo que no existe un acercamiento al pensamiento estratégico que permita proponer conclusiones a raíz de la hipótesis inicial.

> A que solo el 15% de las personas es afectada por las erupciones cutáneas faciales. Que el producto es efectivo el 85% de las veces o personas (PFM2).

Por la misma falta de interpretación probabilística, también se integran a esta categoría las reescrituras con lenguaje intuitivo o que no aporten información nueva al análisis, como menciona PFM1. En esta respuesta, pese a que se registra la toma de decisiones del participante sobre la validez legal del producto, cuestionando el contexto otorgado, las conclusiones evidentes de esta categoría no demuestran una lectura probabilística de los enunciados porcentuales.

> Que si compro y utilizo dicho producto hay cierta probabilidad no menor de sufrir una erupción cutánea facial. Y que ese producto no pasó las normas de seguridad básicas (PFM1).

3. Ser influenciado por el tamaño de la muestra declarada en el enunciado, dejando sus conclusiones a dependencia de la población estudiada, como se observa con FPM11. Estas respuestas revelan un manejo inseguro sobre las grandes ideas de la probabilidad, pues su uso de la Ley de los grandes números para sus razonamientos sobre la población proviene de una lectura superficial. Tal falta de profundización en los conceptos disciplinares, implica una conexión débil entre distintos conocimientos probabilísticos, reflejado en la necesidad de conocer el número total de datos para interpretar porcentajes.

> No podría interpretar la advertencia pues para mí faltan datos ya que solo menciona un 15% de personas, pero no menciona sobre cuánta población ha causado dicho efecto (PFM1).

Finalmente, las respuestas consideradas como incorrectas son aquellas que evitan justificar sus conclusiones utilizando la probabilidad o lo hacen entregando una interpretación errónea de la probabilidad porcentual. En este caso, se registraron las respuestas de PFM14 y PFM16. En la respuesta de PFM14 no se justifica lo "alto" del riesgo del producto que explicita, por lo que no se presenta ningún aspecto del pensamiento probabilístico en su conjetura. Por otro lado, la respuesta de PFM16 no corresponde al contexto probabilístico de la pregunta, además de que no hay conexión alguna entre la probabilidad porcentual y la respuesta, por lo que la falta del pensamiento probabilístico, en este caso, afecta al punto de no darle importancia a la disciplina al ignorar el enunciado.

> Que utilizar la crema facial tiene un alto factor de riesgo para el consumidor (PFM14).
> La interpretaría de forma que todo depende del tipo de piel que tiene la persona que se la aplica o posibles alergias e ingredientes que contiene la crema, por lo tanto, si soy consciente de mis alergias y tipo de piel, es si lo compro o no (PFM16).

4.2. Análisis de respuestas del ítem 2

El propósito de la tarea es discriminar los juegos equiprobables de los injustos, a través del razonamiento combinatorio y cálculo de probabilidades (Inzunsa-Cazares y Guzmán-Reyes, 2011), por lo que las respuestas correctas reconocen que el juego como no es justo, basándose en la probabilidad de 0,25 que tiene el jugador de ganar, en lugar de 0,5. Un ejemplo de esto lo presenta PFM13, donde se evidencia un dominio del cálculo de las probabilidades y un uso correcto del lenguaje, pues comprende el significado de un juego injusto. Por parte de la modelación y pensamiento estratégico del pensamiento probabilístico, pese a que no se describe el procedimiento pormenorizadamente, los cálculos se guían a través de las figuras del enunciado, establece restricciones y especifica sus pasos, por lo que construye un modelo útil para predecir futuros problemas que requieran de la regla multiplicativa.

> Al pensar que ambas ruletas están de forma horizontal y no puestas en una pared que pueda alterar el resultado, es un juego injusto, ya que solo se tiene un 25% de probabilidad de ganar. (5/10) * (5/10) = (25/100) = 25% (PFM13).

En el caso de las respuestas parcialmente correctas, se consideraron los siguientes tipos:

1. Calcular correctamente la probabilidad de éxito en el juego, pero no la utilizan para argumentar la injusticia del juego. Ejemplo de este tipo de respuesta es la entregada por PFM6, donde responde que el juego es justo, al no realizar una interpretación de sus cálculos probabilísticos, así como tampoco demuestran un manejo del lenguaje, pues no conocen el significado de un juego justo. Esto revela un problema de conexión entre conocimientos que obstaculiza la modelación, dado que hay una falta de cohesión entre el contexto y la matemática, así como de la aplicación de estrategias, porque no reconocen una estructura que puedan comparar con otro problema. Sumado a lo anterior, es relevante la afirmación sobre lo alta que es la probabilidad de 0,25 que, dada la complicada redacción, da a entender que es una probabilidad mayor a 0,5.

> Si, ya que la probabilidad para cada área sombreada es 1/2. Sin embargo, la factibilidad de que ocurra se podría considerar alta (1/2)2 (PFM6).

Otro ejemplo de esta subcategoría es la respuesta de PFM1, donde su justificación está incompleta y utiliza una lógica coloquial para dar respuesta a la pregunta. Además, pese a realizar una analogía con un juego de monedas para calcular la probabilidad de victoria, no la utiliza en su argumentación.

> Considerando lo arreglados que están los juegos hoy en día, tener una probabilidad del 25% de ganar es bastante justa a mi parecer. ¿Por qué digo esto? Porque a mi parecer cada círculo tiene un 50% de zona sombreada y sería equivalente a decir que gano sacando 2 caras seguidas del lanzamiento de 2 monedas. 0.5%x0.5%=0.25=25% de victoria (PFM1).

1. Reconocer la iniquidad del juego, pero a través de un uso incorrecto de la probabilidad. Un ejemplo de ello es la respuesta de PFM2, la que utiliza un desarrollo no matemático, duplicando la probabilidad en lugar de multiplicarla por sí misma. Asimismo, la proposición resolutiva es incorrecta, pues hacer lo mismo dos veces no incrementa la probabilidad de perder en todos los juegos –véase el lanzamiento de una sola moneda esperando una cara–. No se presenta una modelación del problema, pues inicia su argumentación usando una proposición presupuesta como verdadera sin justificación. Además, no transforma la situación en otra resoluble, por lo que su aplicación de técnicas queda reducida a la operación de una fórmula.

> Yo creo que no, ya que al tener que hacer u obtener dos veces el mismo objetivo, me duplica la probabilidad de perder, y también, al principio solo tengo 1/2 de posibilidad de avanzar (PFM2).

2. Reconocer la injusticia del juego sin justificación probabilística, respondiendo solo con lenguaje coloquial. Por ejemplo, la respuesta de PFM17, donde no evidencia el cálculo y lenguaje de la probabilidad, utilizando la lógica coloquial del ciudadano inexperto, implicando una nula interiorización del pensamiento probabilístico.

> No, ya que la probabilidad de que ambas flechas caigan en el área sombreada es baja. Además, al girarla una sola vez si la primera no cae en el área sombreada, ya se pierde el juego (PFM17).

Finalmente, se consideran erróneas las respuestas que concluyan que el juego es justo, calculan erradamente la probabilidad, pongan en duda la justicia del juego o no concluyen sobre ella. Por ejemplo, la FPM4 basa su respuesta en un sesgo de equiprobabilidad que le impide analizar matemáticamente el enunciado, manteniéndose en una apreciación visual exploratoria.

> Considero que sí es justo ya que el área sombreada es la misma que la otra en cuanto a tamaño, por lo que tendría las mismas probabilidades de ganar y perder (FPM4).

4.3. Análisis de respuestas del ítem 3

Esta tarea buscaba distinguir los parámetros para simular a través de urnas de Bernoulli (Inzunsa-Cazares y Guzmán-Reyes, 2011), por lo que las respuestas correctas identifican que las combinaciones de canicas que representan la situación son 3n canicas azules y 7n canicas rojas, con n perteneciente al conjunto natural; precisando que la selección de canicas se realiza con reposición. Es una actividad que, por la conversión que plantea, requiere de la aplicación de técnicas y modelación para ser respondida, pues es necesaria una comprensión estructural de las situaciones probabilísticas de canicas y una transformación apropiada del problema, respectivamente. Además, promueve el pensamiento estratégico a través de la transformación de las restricciones y supuestos, requiriendo de una descomposición analítica de la situación del béisbol para su futura adaptación. Sin embargo, los futuros profesores no entregan respuestas que se hayan considerado como correctas.

En las respuestas de los futuros profesores, se han identificado los siguientes tipos de respuestas parcialmente correctas:

1. Identificar la proporción entre canicas azules y rojas, pero no reconocer la reposición. Esto se observa en la respuesta de PFM24, donde, si bien se presenta la proporción de canicas correcta demostrando un manejo de las grandes ideas de la probabilidad, al no terminar de interpretar el contexto original ignora la reposición que requiere la urna. Por tanto, pese a que existe un manejo de la modelación que permite adaptar correctamente los contenidos que conocen, la falta de un pensamiento estratégico impide la rigurosidad del análisis y la reflexión de condiciones para ambos contextos, por lo que no se desarrolla la aplicación de estrategias.

> 3 bolitas azules y 7 bolitas rojas o cualquier combinación que mantenga la proporción (PFM24).

2. Entregar una única combinación de canicas o que la misma esté incompleta. Por ejemplo, PFM2 evidencia la comprensión del contexto inicial para reconocer la proporción entre canicas, pero las respuestas no dominan el cambio de representación de probabilidades, pues ignoran las infinitas combinaciones restantes.

> Una urna con 7X siendo X=canicas rojas. Mientras 3Y siendo Y=canicas azules. Con la condición de que la suma de X e Y sea un múltiplo de 10 (PFM2).

3. Considerar la reposición de canicas, pero entregar una combinación errónea de canicas, donde se encuentra solo la respuesta de PFM8. Si bien se aprecia un pensamiento estratégico que permite reflexionar sobre las similitudes estructurales de dos situaciones distintas, no logra interpretar de manera frecuencial el promedio de bateo.

> Habría que poner 3 canicas, 2 rojas y una azul, para el muestreo es muy necesario que las canicas se vayan reponiendo (PFM8).

Finalmente, se consideran erróneas las respuestas que no logren identificar la combinación entre canicas azules y rojas, como se observa en la respuesta de PFM21. Si bien esta respuesta hace mención de la Ley de los grandes números, no lo utiliza para la simulación. Luego, la inexperta comprensión del contexto impide concebir correctamente la proporción entre canicas. No obstante, aunque el pensamiento probabilístico está incompleto, esta respuesta contempla la infinidad de combinaciones de canicas y tiene en consideración la tendencia de los datos.

> La condición para que se cumpla la condición es la razón 3 es a 5, de tal forma que, sin importar la cantidad de canicas, mientras se cumpla esa razón entre las canicas azules y rojas será una buena simulación. También se debe tener en cuenta la ley de los grandes números siento que entre más grande es la muestra más se acercan a la probabilidad bateo (PFM21).

Además, dado a que el establecimiento de parámetros de una simulación requiere de la comprensión de los parámetros de la situación original, también se consideran incorrectas las respuestas que afirmen la imposibilidad de contestar ante la falta de información de las reglas del béisbol, como en la respuesta de PFM15. Como se mencionó anteriormente, esta falencia del pensamiento probabilístico revela una falta de seguridad del participante para con la disciplina, pues no existe un intento por convertir la situación verbal en un desarrollo matemático.

> x(raya)=0,3; A=gana; R=No gana. No entiendo la situación, porque no sé las reglas de béisbol para entender las combinaciones (PFM15).

4.4. Resumen de tipos de respuesta

A modo de resumen, en la Tabla 2 se presenta la distribución de frecuencias y porcentajes de respuestas a las interpelaciones del instrumento. En ella se observa que en ninguno de los ítems hubo por sobre del 50% de respuestas correctas, destacando el ítem 3 donde su presencia es nula. Por otro lado, el ítem 1 tuvo tanto la mayor cantidad de respuestas correctas (30,8%) como la menor de incorrectas (11,5%). Mientras tanto, el ítem 3 presentó la mayor cantidad de respuestas incorrectas (46,2%). Finalmente, y en total, la cantidad de respuestas incorrectas (32,1%) superaron el doble de las respuestas correctas (15,4%).

Tabla 3
Frecuencia (y porcentaje) de tipo de respuestas según ítem

Respuesta	**Ítem**		
	1	**2**	**3**
Correcta	8 (30,8%)	4 (15,4%)	0 (0%)
Parcialmente correcta	15 (57,7%)	12 (46,2%)	14 (53,9%)
Incorrectas	3 (11,5%)	10 (38,5%)	12 (46,2%)
Total	26 (100)	26 (100)	26 (100)

Fuente: Elaboración propia

4.5. Resumen de dificultades

Las categorías antes mencionadas abarcan respuestas variadas a través de un mismo criterio, por lo que se presentan a continuación todas las dificultades presentadas por los futuros profesores. Se observa que la dificultad más frecuente de los profesores es que ignoran si una situación probabilística presenta o no reposición (50%), seguida por un cálculo erróneo de probabilidades compuestas (30,8%). Por otra parte, la tarea con mayor variedad de errores es la primera, dirigida a la interpretación de una probabilidad porcentual, teniendo ocho errores distintos. Finalmente, las dificultades se relacionan, en su mayoría, con la interpretación de las probabilidades (47,3%).

Tabla 4
Dificultades probabilísticas por ítem.

Ítem	**Categoría**	**Dificultades**	**Frecuencia (porcentaje)**
1	Reconocer la magnitud de la probabilidad para tomar decisiones con respecto al uso del medicamento.	Interpretación intuitiva sobre la magnitud de la probabilidad.	3 (11,5)
		Hipótesis coloquial sobre la magnitud de la probabilidad.	3 (11,5)
	Reescribir el enunciado sin aportar información nueva o se responde con una representación porcentual.	Lectura explícita de la probabilidad porcentual.	3 (11,5)
		Reescritura coloquial del enunciado.	2 (7,7)
	Ser influenciado por el tamaño de la muestra declarada en el enunciado.	Dependencia de la respuesta por la muestra del estudio del enunciado.	4 (15,4)
		Descripción simplista del enunciado.	1 (3,9)

Ítem	Categoría	Dificultades	Frecuencia (porcentaje)
	Evitar justificar sus conclusiones utilizando la probabilidad o entregar una interpretación errónea de la probabilidad porcentual.	Argumentos no probabilísticos.	1 (3,9)
		Conclusión opuesta a la esperada.	1 (3,9)
2	Calcular correctamente la probabilidad de éxito en el juego, pero no la utilizan para argumentar la injusticia del juego.	Considerar solo la equiprobabilidad de cada ruleta por separado.	6 (23,1)
		Considerar la justicia de un juego como compensación justa.	1 (3,9)
		No justificar la justicia propuesta.	1 (3,9)
	Reconocer la iniquidad del juego, pero a través de un uso incorrecto de la probabilidad.	Cálculo erróneo de la probabilidad.	2 (7,7)
	Reconocer la injusticia del juego sin justificación probabilística, respondiendo solo con lenguaje coloquial.	Razonamiento probabilístico coloquial.	2 (7,7)
	Concluir que el juego es justo, calcular erradamente la probabilidad, poner en duda la justicia del juego o no concluir sobre ella.	Desconocimiento del cálculo de probabilidad compuesta.	8 (30,8)
		Dependencia de la justicia del juego por factores no probabilísticos	2 (7,7)
3	Identificar la proporción entre canicas azules y rojas, pero no reconocer la reposición.	Ignoran la reposición de canicas.	4 (15,4)
	Entregar una única combinación de canicas o que la misma esté incompleta.	Reconocen una única combinación de canicas.	3 (11,54)
		Reconocen una combinación lineal errónea de canicas.	6 (23,1)
		Ignoran la reposición de canicas.	9 (34,6)
	Considerar la reposición de canicas, pero entregar una combinación errónea de canicas.	Interpretación frecuencial errónea de la probabilidad.	1 (3,9)
	No identificar la combinación entre canicas azules y rojas.	Proporción errónea entre canicas	4 (15,4)
		Dependencia del conocimiento sobre las reglas de béisbol	3 (11,5)
		No responde	5 (19,2)

4.6. Elementos del pensamiento probabilístico

En cuanto a los elementos pensamiento probabilísticos presentes en las respuestas entregadas por los fututos profesores de Educación Secundaria, observamos, en mayor medida, el relacionado con el pensamiento estratégico (15,4%), seguido de la modelación o diseño de modelos (3,9%). El tercer elemento de pensamiento probabilísticos (aplicación de estrategias) no se observó en las respuestas de los futuros profesores. Si se considera la totalidad de respuestas de estudiantes, 4 de ellos (15,4%) presentan alguno de estos elementos y solo 1 (3,9%) de ellos demuestra un acercamiento a más de un aspecto simultáneamente.

5. Discusiones

En el ítem 1, se espera una interpretación apropiada de la probabilidad porcentual para representarla a través de la probabilidad frecuencial. En este ítem se coincide con Rodríguez-Alveal et al., (2022), pues los futuros profesores demuestran un uso del significado clásico y coloquial de la probabilidad, en lugar de hacer una aplicación del significado frecuencial, pues en gran parte de sus interpretaciones prevalecen las opiniones inexpertas por encima de la argumentación probabilística, restándole importancia a la probabilidad, contradiciendo al currículum escolar (MINEDUC, 2021). Junto a lo anterior, se reafirma la falta de dominio de la teoría de la probabilidad al momento de ahondar en la tendencia de los datos que reportaron Rodríguez-Alveal y Koparan (2023), pues su conocimiento de la Ley de los grandes números es superficial, por lo que se genera una inseguridad ante el tamaño de la muestra y, en consecuencia, ante sus conclusiones probabilísticas.

El ítem 2 pregunta sobre si un juego inequiprobable es justo o no. En este ítem se ratifica el sesgo de equiprobabilidad que provoca que los estudiantes asuman la probabilidad igualitaria de un evento que no tiene una probabilidad de 0,5 (Huerta *et al*., 2016). Esto se debe a que no terminan de identificar las situaciones de probabilidad compuesta, así como también hay diversos fallos operacionales, por lo que se encuentra una contradicción con lo expuesto por Rodríguez-Alveal *et al*., (2018), dado que se aprecian dificultades en el cálculo de probabilidades de enunciados textuales. Por otro lado, gran parte de los errores provienen del desconocimiento o incomprensión del término "justo" que, como argumentan Rodríguez-Alveal *et al.*, (2024), provoca respuestas dependientes de las creencias del participante y factores externos al contexto.

En el ítem 3 se espera que los profesores simulen una situación de probabilidad porcentual a través de urnas de Bernoulli. Se observan dificultades para los profesores frente a problemas no rutinarios, coincidiendo con la falta de costumbre reportada por Rodríguez-Alveal *et al*., (2022), pues no simulan situaciones probabilísticas basadas en contextos realistas de forma satisfactoria. Esto provoca una limitación en la transición de los significados de la probabilidad que requieren para simular un contexto realista, como afirma Huerta (2020), pues los profesores expresan la necesidad de conocer las reglas del juego, en lugar de reconocer los elementos probabilísticos. Además, coincidiendo con Rodríguez-Alveal *et al*., (2022), existe una falta de interpretación frecuencial que provoca una representación errónea del porcentaje.

Con respecto a los aspectos del pensamiento probabilístico, los profesores en formación apenas demuestran un ciclo de modelación completo, revelando una falta de argumentación profesional que apunta Huerta (2020) como una consecuencia del trabajo constante con el material curricular que, aun así, no provee a los profesores de la práctica para realizar una aplicación de estrategias esperable de un profesor de Matemáticas, pues es el aspecto más insatisfactorio del pensamiento probabilístico en este estudio. Por otro lado, las respuestas de los profesores no evidencian una aplicación del pensamiento estratégico, pues en general no utilizan las condiciones que explicitan los enunciados para abordar las situaciones, conformándose con la resolución algorítmica de las probabilidades implicadas sin reflexionar sobre sus significados. Esta situación coincide con lo reportado por Rodríguez-Alveal *et al*., (2018) y Rodríguez-Alveal *et al*., (2022).

6. Conclusiones

El presente estudio, con la realización del objetivo general de evaluar la interpretación de tareas relacionadas con el pensamiento probabilístico de futuros profesores de Matemática de Educación Secundaria, revela información de interés sobre el conocimiento de los profesores para con la probabilidad y la importancia que le entregan. Para dar respuesta a este objetivo general se abordaron los siguientes objetivos específicos.

Con respecto al primer objetivo específico, a través del levantamiento de categorías para las respuestas entregadas por los profesores, se describió la interpretación de los futuros profesores de Matemática frente a las tareas propuestas. Se detalla mayoritariamente un proceso mecánico sin consideración del contexto a la hora de reflexionar sobre las probabilidades de un evento, lo que ocasiona resultados contradictorios. Sin embargo, a la hora de argumentar utilizando la ley de los grandes números, le otorgan dependencia absoluta al tamaño de la muestra, optando por no contestar hasta tener certeza de su magnitud. Además, otorgan mayor importancia argumentativa al contexto que a la teoría de la probabilidad. En consecuencia, se presenta como necesidad para la formación de futuros profesores de matemática un enfoque más teórico y reflexivo a la hora de trabajar la probabilidad.

Por parte del segundo objetivo específico, a partir de las categorías utilizadas, se identificaron diversas dificultades que presentan los futuros profesores de matemática a la hora de interpretar la probabilidad porcentual, reconocer la inequidad de los juegos y simular situaciones a través de urnas de Bernoulli. En concreto, no logran interpretar la probabilidad porcentual y simularla a través de probabilidad laplaciana ni frecuencial, obstaculizando la transición entre significados de la probabilidad. Además, no reconocen si un juego es justo o no con base al cálculo de probabilidades que, junto a las conclusiones incoherentes con la disciplina, muestra una lectura e interpretación inexperta de situaciones probabilísticas. De estos hallazgos se deriva un interés en la profundización del trabajo de lectura y comprensión probabilística de situaciones de incertidumbre para los profesores en formación.

En síntesis, el pensamiento probabilístico de los profesores en formación se mantiene en un nivel inexperto, pues no se evidencia un dominio suficiente del contenido como para responder correctamente a las tareas planteadas. Por lo tanto, la evaluación presentada consolida las dificultades reportadas por la literatura.

Finalmente, en cuanto a las limitaciones del estudio se presentan el tipo y tamaño de la muestra, el cual no es suficiente para realizar una generalización, además de que el instrumento solo fue aplicado a profesores en formación, por lo que se desconoce si las dificultades reportadas se mantendrán en su práctica profesional o en otras instituciones de educación superior. Entre las proyecciones que se derivan de este trabajo está ampliar la muestra, considerando tanto a futuros profesores de otras instituciones educativas como a profesores en activo, abriendo la posibilidad de comparar ambos grupos. Además, el instrumento contempla únicamente la resolución de tareas, por lo que los resultados encontrados en el estudio podrían expandirse a través de entrevistas en profundidad.

Reconocimiento

Este trabajo se ha desarrollado en el marco del proyecto FONDECYT de INICIACIÓN 11220295, Financiado por la Agencia de Nacional de Investigación y Desarrollo de Chile (ANID).

Referencias bibliográficas

Alpízar-Vargas, M. y Alfaro-Arce, A.L. (2020). Percepción de un grupo de docentes de educación primaria acerca de la preparación recibida durante su formación universitaria en cuanto al tema de las matemáticas. *Actualidades Investigativas en Educación*, *20*(1), 111-146.

Alpízar-Vargas, M., Chavarría-Oviedo, L. y Oviedo-Rodríguez, K. (2015). Percepción de un Grupo de Docentes de I y II Ciclo de Educación General Básica de Escuelas Públicas de Heredia sobre los Temas de Estadística y Probabilidad. *Actualidades Investigativas en Educación*, *15*(1), 187-210.

Alsina, Á (2012). La estadística y la probabilidad en Educación Infantil: conocimientos disciplinares, didácticos y experienciales. *Didácticas Específicas, 7*, 4-22.

Alvarado, H., Estrella, S., Retamal, L. y Galindo, M. (2018). Intuiciones probabilísticas en estudiantes de ingeniería: implicaciones para la enseñanza de la probabilidad. *Revista Latinoamericana De Investigación En Matemática Educativa*, 21(2), *131-156.*

Aparicio, A. y Bazán, J.L. (2006). Actitud y rendimiento en Estadística en profesores peruanos. *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa,* 19, 644-650.

Arnanteerakul, A. y Asanok, M. (2024). Development of experiential learning model using board games to enhance strategic thinking for undergraduate students. *Nanotechnology Perceptions*, *20*(S8), 807-820.

Barthes, R., Eco, U. y Greimas, A.J. (1982). *Análisis estructural del relato*. Premia Editora.

Batanero, C. (2005). Significados de la probabilidad en la educación secundaria. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *8*(3), 247-263.

Batanero, C. (2016). Posibilidades y retos de la enseñanza de la probabilidad en la educación primaria. En SEMUR (Ed.), *Actas del 6º Congreso Uruguayo de Educación Matemática* (pp. 24-31). SEMUR.

Batanero, C. (2019). Treinta años de investigación en educación estocástica: Reflexiones y desafíos. En J. M. Contreras, M. M. Gea, M. M. López-Martín y E. Molina-Portillo (Eds.), *Actas del Tercer Congreso Internacional Virtual de Educación Estadística* (pp. 1-15). FQM126.

Berry, J., y Houston, K. (1995). Mathematical modelling. *Gulf Professional Publishing*.

Betancourth-Zambrano, S., Muñoz-Moran, K.T. y Rosas-Lagos, T.J. (2017). Evaluación del pensamiento crítico en estudiantes de educación superior de la región de Atacama-Chile. Prospectiva. *Revista de Trabajo Social e Intervención Social*, *23*, 199-223*.*

Boada, A.J. y Alzate, I.C. (2020). La Ética estadística en el análisis de información presentada en medios de comunicación. *Fronteira: Journal of Social, Technological and Environmental Science, 9*(3), 139-160.

Carranza, K.M.P., Trujillo, J.Y.A. y Agurto, M.J.M.S. (2021). Desarrollo metacognitivo en los docentes en educación: revisión sistemática. *Polo del Conocimiento: Revista científico-profesional, 6*(2), 288-303.

Deleuze, G. (2023). *Empirismo y subjetividad*. Editorial Gedisa*.*

Espinoza-Freire, E. (2020). La investigación cualitativa, una herramienta ética en el ámbito pedagógico. *Conrado, 16*(75), 103-110*.*

Estrella, S., Olfos, R. y Mena-Lorca, A. (2015). El conocimiento pedagógico del contenido de estadística en profesores de primaria. *Educação e Pesquisa*, *41*, 477-493.

Franklin, C., Kader, G., Mewborn, D., Moreno, J., Peck, R., Perry, M. y Scheaffer, R. (2007). *Guidelines for assessment and instruction in statistics education (GAISE) report*. American Statistical Association.

Gal, I. (2005). Towards" probability literacy" for all citizens: Building blocks and instructional dilemmas. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: challenges for teaching and learning* (pp. 39-63). Springer.

García-García, J.I., Fernández-Coronado, N.A. y Imilpán-Rivera, I.A. (2020). Desarrollo del razonamiento probabilístico en profesores de matemáticas mediante simulación computacional. *Paradigma,* 41(e2), 404-426.

García-Marín, D. y Merino-Ortego, M. (2022). Desinformación anticientífica sobre la COVID-19 difundida en Twitter en Hispanoamérica. *Cuadernos.info*, *52*, 24-46.

Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review, 75*(3), 372-396.

Garfield, J.B., Ben-Zvi, D., Chance, B., Medina, E., Roseth, C. y Zieffler, A. (2008). Creating a statistical reasoning learning environment. En J.B. Garfield, D. Ben-Zvi, B. Chance, E. Medina, C. Roseth A. y Zieffler (Eds.), *Developing students' statistical reasoning: Connecting research and teaching practice* (pp. 45-63). Springer.

Gaona, J., Miranda, D.G., Vergara, A., Ramírez, P. y Menares, R. (2024). Evaluación de estándares didácticos disciplinares de futuros profesores de matemáticas en Chile: ¿construyendo un profesorado endeudado? *Education Policy Analysis Archives, 32*, 18.

Giribet, G.E. (2005). Sobre el principio de incertidumbre de Heisenberg entre tiempo y energía: una nota didáctica. *Revista Mexicana de Física E, 51*(1), 23-30.

Gómez-Torres, E., Contreras, J.M. y Batanero, C. (2015). Significados de la probabilidad en libros de texto para educación primaria en Andalucía. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (Eds.), Investigación en Educación Matemática XIX (pp. 73-87). SEIEM.

González-Mendoza, J.A., Sánchez-Molina, J. y Cárdenas-García, M. (2022). Pensamiento estratégico y restructuración industrial. *Desarrollo Gerencial, 14*(1), 1-20. https://doi.org/10.17081/dege.14.1.4995

Inzunsa-Cazares, S. y Guzmán-Reyes, M. C. (2011). Comprensión que muestran profesores de secundaria acerca de los conceptos de probabilidad: un estudio exploratorio. *Educación Matemática, 23*(1), *63-95.*

Izurieta-Recalde, C., Ramos-Araujo, C., Pérez-Londo, N. y Fuentes-Gavilánez, L. (2022). Métodos estadísticos predictivos para el análisis de riesgo financiero en proyectos de emprendimiento. *Dominio de las Ciencias, 8*(1), 1154-1168.

Hacking, I. (1995). *El surgimiento de la probabilidad*. Editorial Gedisa.

Huerta, M.P. (2020). Hipótesis y conjeturas en el desarrollo del pensamiento estocástico: retos para su enseñanza y en la formación de profesores. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *23*(1), 79-102.

Huerta, M.P., Edo, P.I., Amorós, R. y Arnau, J. (2016). Un esquema de codificación para el análisis de las resoluciones de los problemas de probabilidad condicional. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *19*(3), 335-362.

Larrondo-Ureta, A., Peña Fernández, S. y Morales i Gras, J. (2021). Desinformación, vacunas y Covid-19. Análisis de la infodemia y la conversación digital en Twitter. *Revista Latina de Comunicación Social,* 79, 1-18.

MINEDUC (2015). *Bases Curriculares 7° básico a 2° medio*. Unidad de Currículum y Evaluación.

MINEDUC (2021). *Estándares de la Profesión Docente: Marco para la Buena Enseñanza.* Centro de Perfeccionamiento, Experimentación e Investigaciones Pedagógicas.

Molina-Linares, D.F. (2024). Aplicación de la alfabetización digital gamificada para potenciar habilidades matemáticas en primaria. *Revista Docentes 2.0, 17*(1), 412-422.

Moreno, A., y Cardeñoso, J.M. (2015). La contingencia: la tendencia mayoritaria de pensamiento probabilístico en futuros profesores de matemáticas en secundaria. *Didáctica de la Estadística, Probabilidad y Combinatoria, 2*, 355-362*.*

Pérez, G.M. y González-Galli, L.M. (2020). Una posible definición de metacognición para la enseñanza de las ciencias. *Investigacoes em Ensino de Ciencias, 25*(1), 384-404. https://doi.org/10.22600/1518-8795.ienci2020v25n1p384

Rodríguez-Alveal, F., y Díaz-Levicoy, D. (2021). Análisis de resultados de futuros profesores de matemática en los contenidos estadísticos y probabilísticos de la evaluación nacional diagnóstica. *Paradigma, 42*(e1), 142-164.

Rodríguez-Alveal, F., Díaz-Levicoy, D. y Aguerrea, M. (2022). Alfabetización y pensamiento probabilístico en docentes de matemática, en formación inicial y en activo. *Uniciencia, 36*(1), 347-362.

Rodríguez-Alveal, F., Díaz-Levicoy, D. y Vásquez, C. (2018). Evaluación de la alfabetización probabilística del profesorado en formación y en activo. *Estudios Pedagógicos, 44*(1), 135-156.

Rodriguez-Alveal, F. y Koparan, T. (2023). Pensamiento probabilístico en profesores en formación matemática: un acercamiento desde juegos aleatorios. *Revista Fuentes, 25*(3), 293-304.

Rodríguez-Alveal, F. y Maldonado-Fuentes, A.C. (2023). Tipología de las preguntas sobre variabilidad en los textos escolares y su relación con la alfabetización y pensamiento estadístico. *Uniciencia, 37*(1), 65-83.

Rodríguez-Alveal, F., Maldonado-Fuentes, A.C. y Díaz-Levicoy, D. (2024). Lexical ambiguities in statistics declared by in training and in-service teachers. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, *20*(4), em2422.

Ruz, F. A. (2021). *Formación estadística de futuros profesores de matemática chilenos* [Tesis Doctoral, Universidad de Granada]. http://hdl.handle.net/10481/68578

Ruiz-Bueno, A. (2021). *El contenido y su análisis: Enfoque y proceso.* Universidad de Barcelona.

Vásquez, C., Alsina, Á., Pincheira, N., Gea, M.M. y Chandia, E. (2020). Construcción y validación de un instrumento de observación de clases de probabilidad. *Enseñanza de las Ciencias 38*(2), 25-43.

Vergara-Gómez, A. (2024). Decision-making in situations of uncertainty as school mathematical knowledge. *Acta Scientiae*, *26*(1), 125-156.

Vergara-Gómez, A., Estrella, S. y Vidal-Szabó, P. (2020). Relaciones entre pensamiento proporcional y pensamiento probabilístico en situaciones de toma de decisiones. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *23*(1), 7-36.

Wild, C. J. y Pfannkuch, M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review, 67*(3), 223-248.